

# MODERNIZACIÓN DE LA ADMINISTRACIÓN DE TIERRAS EN COLOMBIA

## Propuesta de la Proyección Cartográfica única para la Administración de Tierras en Colombia

Versión 2.0

Para los socios principales del Proyecto:



Proyecto  
Modernización de la  
Administración de Tierras  
en Colombia

De:

Autores:

Prof. Dr. Dante Salvini  
Fredy Alexander Bolívar

dante.salvini@fhnw.ch  
fbolivar@cuatroconceptos.com

Fecha:

01 de mayo de 2018

CC:

Nicole von Reitzenstein:  
Natalia Mayorga:

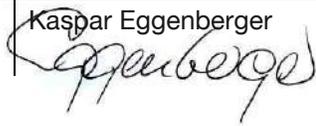
nicole.vonreitzenstein@seco.admin.ch  
natalia.mayorga@eda.admin.ch

## Índice de Contenido

<b>Abreviaturas</b>	<b>4</b>
<b>Resumen Ejecutivo</b>	<b>5</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>6</b>
<b>2. Marco de Referencia Geodésico Oficial para Colombia</b>	<b>7</b>
2.1 Elipsoide de referencia asociado	7
2.2 Proyección cartográfica oficial	8
<b>3. Propuesta proyección cartográfica única para la administración de tierras en Colombia</b>	<b>10</b>
3.1 Parámetros de la proyección CTM12	10
3.1.1 Selección del tipo de proyección	10
3.1.2 Selección del punto de origen	11
3.1.3 Selección del falso norte y falso este	13
3.1.4 Selección del factor de escala del meridiano central	13
3.1.5 Síntesis de los parámetros para la proyección	15
3.2 Distorsiones máximas de la proyección propuesta	16
3.2.1 Distorsiones con relación a la distancia y al área	16
3.2.2 Distorsiones con relación a la altura de los puntos proyectados	18
<b>4. Resumen del análisis de la Proyección Cartográfica CTM12</b>	<b>20</b>
<b>5. Conclusiones</b>	<b>21</b>
<b>6. Parámetros de la Proyección CTM12</b>	<b>22</b>
<b>7. Recomendación</b>	<b>22</b>
<b>8. Referencias</b>	<b>23</b>
<b>Anexos</b>	<b>24</b>

## Versiones y Revisión del Documento

Versión	Descripción Versión	Elaboración	Fecha
1.0	Primera versión	Dante Salvini	22.02.2018
2.0	Segunda versión	Dante Salvini	22.05.2018

Revisado por	Aprobación AI (firma)	Versión	Fecha
Lorenz Jenni, Kaspar Eggenberger, Fredy Bolivar		1.0	05.03.2018
Lorenz Jenni	 Kaspar Eggenberger	2.0	01.06.2018



## Abreviaturas

IAG	<i>International Association of Geodesy</i>
CIAF	Centro de Investigación y Desarrollo en Información Geográfica
CTN	Comité Técnico de Normalización de la ICDE (CTN028)
ICDE	Infraestructura Colombiana de Datos Espaciales
IDE	Infraestructura de Datos Espaciales
IGAC	Instituto Geográfico Agustín Codazzi
IUGG	<i>International Union of Geodesy and Geophysics</i>
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
ITRF	<i>International Terrestrial Reference Frame</i>
ITRS	<i>International Terrestrial Reference System</i>
MAGNA	Marco Geocéntrico Nacional de Referencia
SECO	Secretaria de Estado para Asuntos Económicos de Suiza
SIG	Sistema de Información Geográfica
SIRGAS	Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas
TM	Transversa de Mercator
UTM	<i>Universal Transverse Mercator</i>

## Resumen Ejecutivo

Este reporte tiene como objetivo principal suministrar información técnica sobre la propuesta para una proyección cartográfica única para la administración de tierras en Colombia, describiendo los parámetros necesarios para su definición e incluyendo un análisis detallado de las ventajas, oportunidades, pero también desventajas de su implementación. La propuesta de una representación geográfica única se enmarca en el ámbito de la administración de tierras de Colombia, y busca hacer frente a los requerimientos de las actividades necesarias para el nuevo Catastro Multipropósito, al tiempo que sirva como apoyo en la construcción de una Infraestructura de Datos Espaciales para la Administración de Tierras (IDE-AT) y las aplicaciones basadas en sistemas de información geográfica (SIG).

Es necesario enfatizar que esta propuesta no pretende reemplazar la proyección cartográfica vigente, sino que se propone como un elemento importante para facilitar las actividades de catastro multipropósito (enfocadas al levantamiento predial planimétrico) y la gestión eficiente e inequívoca de las bases de datos espaciales en el ámbito de una administración de tierras modernizada de Colombia.

Bogotá/Muttenz, 01 de junio de 2018



## 1. Introducción

Las proyecciones cartográficas nacen de la necesidad de representar un territorio de acuerdo a un fin específico y dependiendo de este fin las representaciones del territorio se alejarán o se acercarán a las mediciones reales en comparativos sobre los datos geográficos allí representados. Tenemos dos claros ejemplos:

- Cuando el fin es generar cartografía en escalas medianas y pequeñas, la representación más adecuada es la UTM o adaptaciones de esta misma, en el caso particular de Colombia es la proyección cartográfica Gauß-Krüger. Estas permiten la representación básica del territorio generalizado usado entre otros como apoyo fundamental a la planificación del territorio en todos sus aspectos. Esta proyección cartográfica permite abarcar grandes porciones del territorio, en el caso colombiano, serán necesarias seis proyecciones para representar la totalidad del territorio. (IGAC, 2012)
- Cuando el fin es generar cartografía en escalas grandes, la representación más adecuada son las proyecciones locales, permitiendo la representación del territorio con fines de diseños de ingeniería para desarrollo de proyectos de infraestructura en el cual se busca la mejor cercanía en valor numérico de los atributos geométricos de esta información (p.ej. longitud, área, volumen) respecto a la realidad.

Ambas proyecciones son igualmente válidas y no implica que los datos en su calidad posicional cambien, lo que implica es su cercanía respecto a la realidad proyectada. Una primera conclusión sería el uso de proyecciones locales, sin embargo, el problema radicará en la existencia no unívoca de coordenadas para los elementos geográficos representados. Un mismo juego de coordenadas será el mismo en todos los planos de proyección representando elementos diferentes. El otro factor a considerar es la cantidad enorme de proyecciones haciendo su uso bastante complejo a medida que aumenta la cantidad de territorio representado. Las proyecciones Gauß-Krüger presentarán el mismo comportamiento en sus zonas de traslapo, sin embargo, la facilidad de contar con solo seis representaciones para Colombia, permite un mejor control y manejo por ejemplo en un ambiente SIG.

La ventaja principal, y razón de ser de esta propuesta, es la definición de una proyección con un único huso que cubra la totalidad del territorio continental colombiano, garantizando la disponibilidad de un sistema unificado de coordenadas en donde la representación de los puntos dentro de la zona para la cual se define la proyección se realiza de forma inequívoca, sin las ambigüedades y equivocaciones que subyacen a la utilización de proyecciones cartográficas con múltiples orígenes.

La homogeneidad en la representación, producto de la utilización de una proyección unificada, facilita los trabajos relacionados con el manejo de coordenadas. Aplicaciones orientadas al Catastro Multipropósito y basadas en SIG se benefician de un sistema de coordenadas único por la reducción en la complejidad de sus bases de datos y por la agilización en las consultas y operaciones que se realizan sobre las mismas.

En particular la implementación de esta proyección cartográfica facilitará enormemente el trabajo de la actualización (por ejemplo, durante el replanteo de vértices de linderos), de la información del Catastro y otros temas de la Administración de Tierras que implican datos geográficos. Permitirá la visualización de proyectos lineales de grandes extensiones como vías, oleoductos o líneas de transmisión de alta tensión en conjunto con otros temas de la IDE-AT en una proyección cartográfica unificada e inequívoca.

## 2. Marco de Referencia Geodésico Oficial para Colombia

El Instituto Geográfico Agustín Codazzi (IGAC), a través del Grupo Interno de Geodesia de la Subdirección de Geografía y Cartografía, es la entidad encargada de establecer y mantener el sistema y el marco de referencia geodésico para Colombia. La realización vigente de este sistema es conocida como *Marco Geocéntrico Nacional de Referencia* (MAGNA). MAGNA está definido sobre los mismos parámetros y modelos físicos del *Sistema de Referencia para las Américas* (SIRGAS), por lo que constituye una densificación de SIRGAS, lo cual a su vez es una extensión del *Marco Internacional de Referencia Terrestre* (ITRF). Esta selección garantiza la compatibilidad de MAGNA con el *Sistema Internacional de Referencia Terrestre* (ITRS) y permite que sus usuarios obtengan posiciones geodésicas referidas directamente al ITRF en vigencia. Para efectos prácticos, el marco de referencia nacional para Colombia es denominado convencionalmente como MAGNA-SIRGAS (IGAC, 2004). La adopción de MAGNA-SIRGAS como el marco de referencia oficial para Colombia se realizó a través de la resolución 068 del 2005 (IGAC, 2005), y sustituye al antiguo Datum *Bogotá* (Ruiz & Arjona, 1941). La adopción de MAGNA-SIRGAS constituye un avance significativo para el mejoramiento del marco de referencia geodésico nacional, puesto que provee una infraestructura que satisface los altos requerimientos internacionales en su definición y estandariza los sistemas de coordenadas nacionales. MAGNA-SIRGAS está conformado por las coordenadas cartesianas geocéntricas tridimensionales y las velocidades de un grupo de estaciones observadas con Sistemas Globales de Navegación Satelital (GNSS) referidas al marco de referencia vigente. En virtud de la naturaleza tetradimensional de las coordenadas geodésicas (posición tridimensional y su respectiva variación en el tiempo), MAGNA-SIRGAS se complementa con la época de referencia para la cual las coordenadas de estas estaciones fueron determinadas

### 2.1 Elipsoide de referencia asociado

Para permitir el uso de otros sistemas de coordenadas diferentes al cartesiano geocéntrico tridimensional, en el que se proveen convencionalmente las coordenadas asociadas al ITRF, MAGNA-SIRGAS tiene como elipsoide de referencia asociado el GRS80 (IGAC, 2004). Este elipsoide fue adoptado por la Asociación Internacional de Geodesia (IAG) de la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica (IUGG) como el elipsoide asociado al ITRS (Moritz, 2000). Para efectos prácticos GRS80 es equivalente en sus parámetros geométricos al elipsoide WGS84. El elipsoide GRS80 está basado en un conjunto consistente de parámetros que describen la forma y figura de la Tierra, así como su campo gravitacional. Para GRS80 se definen 4 parámetros fundamentales (Moritz, 2000):

Tabla 1: Parámetros fundamentales del elipsoide GRS80 (Moritz, 2000)

Parámetro	Notación	Valor
Semieje mayor	a	6 378 137.000 m
Constante gravitacional geocéntrica	GM	$3\,986\,005 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
Factor de aplanamiento dinámico	$J_2$	$108\,263 \times 10^{-6}$
Velocidad angular de la Tierra	$\Omega$	$7\,292\,115 \times 10^{-6} \text{ rad s}^{-1}$

Los siguientes parámetros auxiliares del elipsoide de referencia pueden ser calculados mediante las fórmulas convencionales (Moritz, 2000):

Tabla 2: Parámetros derivados para el elipsoide GRS80 (Moritz, 2000)

Parámetro	Notación	Valor
Primera excentricidad	$e^2$	0.006 694 380 022 90
Segunda excentricidad	$e'^2 = e^2 / (1 - e^2)$	0.006 739 496 775 48
Semi-eje menor	$b = a \sqrt{1 - e^2}$	6 356 752.314 m
Aplanamiento	$f = (a - b) / a$	1 / 298.25722101

## 2.2 Proyección cartográfica oficial

Para la representación de coordenadas elipsoidales en el plano, la proyección cartográfica oficial utilizada en Colombia es el sistema Gauß-Krüger (IGAC, 2004). El sistema Gauß-Krüger es una adaptación de la proyección transversa de Mercator (TM). Mientras que la proyección TM utiliza como superficie de referencia el área superficial de un cilindro transverso secante a la esfera, el sistema Gauß-Krüger hace uso de un cilindro transverso tangente en el punto de origen (meridiano central) (

Figura 1). La escala de representación se mantiene constante e igual 1 sobre este meridiano de referencia, mientras que para UTM varía en función de la longitud y la escala es de 0.9996, ocasionando distorsiones al alejarse del mismo. Estas distorsiones se mantienen controladas en niveles tolerables mediante la utilización de husos de longitud.

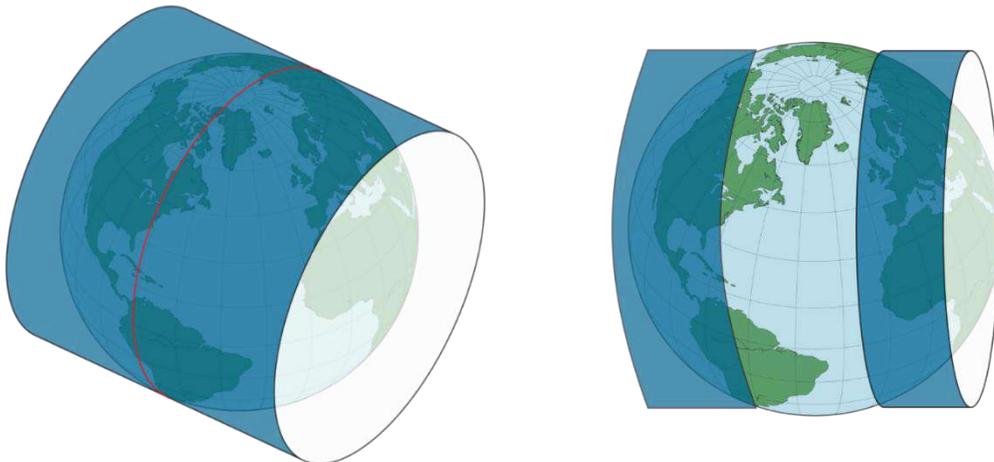


Figura 1: Representación esquemática de las proyecciones Gauß-Krüger (Izquierda) y UTM (Derecha).

En Colombia el sistema Gauß-Krüger utiliza los parámetros estándar: un factor de escala para el meridiano central de 1°, y husos de 3° centrados en un meridiano de referencia (IGAC, 2004). Por ser una modificación de la TM, la proyección Gauß-Krüger es una representación conforme, esto es, los ángulos entre dos líneas en el terreno se mantienen tras la aplicación de la proyección.

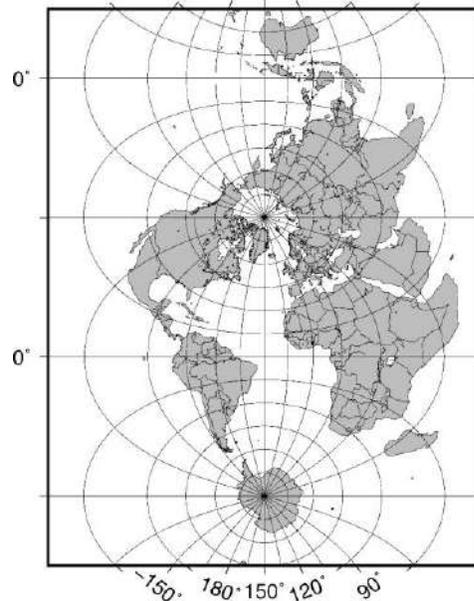


Figura 2: Mapa global generado usando la proyección transversa de mercator

Para Colombia el origen principal de estos husos coincide con la pilastra sur del Observatorio Astronómico de Bogotá. Orígenes complementarios han sido definidos a 3° y 6° al este y a 3°, 6° y 9° al oeste de este punto. La selección de estos husos minimiza los errores causados en la representación plana de los puntos en los extremos de los mismos, La Tabla 3 resume los valores para los orígenes de proyección, coordenadas MAGNA-SIRGAS, junto con los respectivos valores de coordenadas planas (IGAC, 2012). Nótese que todos los orígenes comparten los mismos valores para el falso este y falso norte, por lo que puntos ubicados en diferentes zonas pueden tener los mismos valores de coordenadas proyectadas, de allí que al referirse a este tipo de coordenadas sea indispensable indicar el origen al que estas pertenecen.

Tabla 3: Coordenadas MAGNA-SIRGAS de los orígenes Gauß-Krüger en Colombia

Origen	Latitud	Longitud	Falso Este [m]	Falso Norte [m]
Bogotá	4° 35' 46.3215" N	68° 04' 39.0285" W	1 000 000	1 000 000
Este Central		71° 04' 39.0285" W		
Este Este		74° 04' 39.0285" W		
Oeste		77° 04' 39.0285" W		
Oeste Oeste		80° 04' 39.0285" W		
Oeste Insular		83° 04' 39.0285" W		

### 3. Propuesta proyección cartográfica única para la administración de tierras en Colombia

La proyección propuesta para el área continental colombiana está basada en la proyección UTM y utiliza una única banda de longitud de  $12^\circ$  que abarca la totalidad del territorio. Dicha proyección será denominada convencionalmente en lo sucesivo como CTM12. Por ser basada en la proyección Transversa de Mercator, CTM12 es una proyección conforme. Esto garantiza que el ángulo formado entre dos líneas sobre la superficie terrestre se conserve luego de la aplicación de la proyección. Así mismo, la forma de polígonos es conservada con la aplicación de la proyección. Sin embargo, las distancias entre puntos de los polígonos sufren de deformaciones producto de la aplicación de la proyección. Esta única zona de longitud es usada para representar regiones que se extiendan de norte a sur. Por lo tanto, bandas de latitud no son parte de la definición de la proyección CTM12. Para reducir la distorsión inducida por la selección del ancho de la zona de la proyección, la escala de la representación para el meridiano central fue reducida de 1.

La Figura 3 presenta un esquema de la proyección CTM12 y su relación a la proyección UTM, en donde la escala de representación del meridiano central se indica con el símbolo  $k$ . La determinación de  $k$ , así como de los demás parámetros necesarios para definir la proyección (latitud y longitud de origen, falso este y falso norte), se discuten en las siguientes secciones.

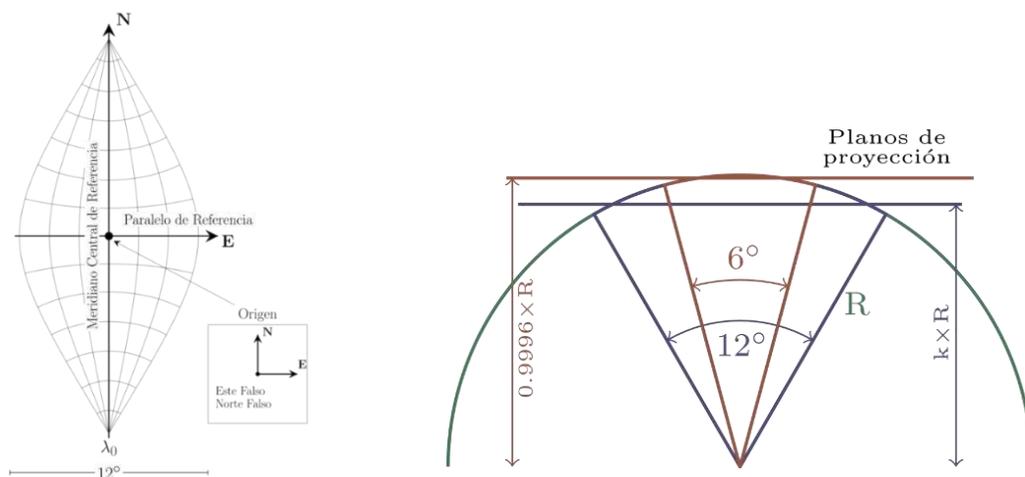


Figura 3. Izquierda: Diagrama de la proyección CTM12. Derecha: Bandas de longitud y factor de escala para la proyección UTM (marrón) y CTM12 (azul)

#### 3.1 Parámetros de la proyección CTM12

##### 3.1.1 Selección del tipo de proyección

CTM12 es una proyección cilíndrica transversa, en donde el eje del cilindro yace en el plano generado por el paralelo de referencia y la línea de tangencia está alineada con el meridiano central. La proyección CTM12 utiliza una única banda de longitud de  $12^\circ$ , que se extiende  $6^\circ$  al este y al oeste del meridiano central. CTM12 es una proyección conforme con factor de escala constante para el meridiano central. El ámbito de aplicación sugerido para la proyección se concentra en la totalidad de la parte continental del territorio nacional.

La proyección cartográfica de los territorios insulares se tratará con los orígenes Gauß-Krüger oficiales IGAC.

### 3.1.2 Selección del punto de origen

Históricamente las coordenadas de la pilastra sur del Observatorio Astronómico de Bogotá han sido usadas como referencia de las actividades geodésicas en Colombia. Tanto el antiguo Datum Bogotá, como el origen principal de las coordenadas Gauß-Krüger en MAGNA-SIRGAS utilizan este punto como referencia central. Por estas razones, como primera opción para el origen de CTM12, se propone utilizar las coordenadas MAGNA-SIRGAS de este punto. Estas coordenadas corresponden con:

Origen Bogotá	
Latitud ( $\varphi$ )	4° 35' 46.3215" N
Longitud ( $\lambda$ )	74° 04' 39.0285" W

Tabla 3: Coordenadas del paralelo de referencia y el meridiano central para el "Origen Bogotá"

De este modo, la zona de aplicación de la proyección está comprendida entre [ 68° 04' 39.0285" W 80° 04' 39.0285" W ]. Si bien esta opción promueve una asimilación sencilla de la proyección entre los usuarios familiarizados con estos valores, la selección de este punto como origen de la proyección supone deformaciones mayores para las zonas fuera de esta franja. La magnitud de estas deformaciones es discutida en las secciones 0 y 3.2. La Figura 4 muestra el área de aplicación que resulta de la selección de este origen, en donde la porción más oriental del territorio, por encontrarse más allá de franja de representación, presentara una mayor distorsión.

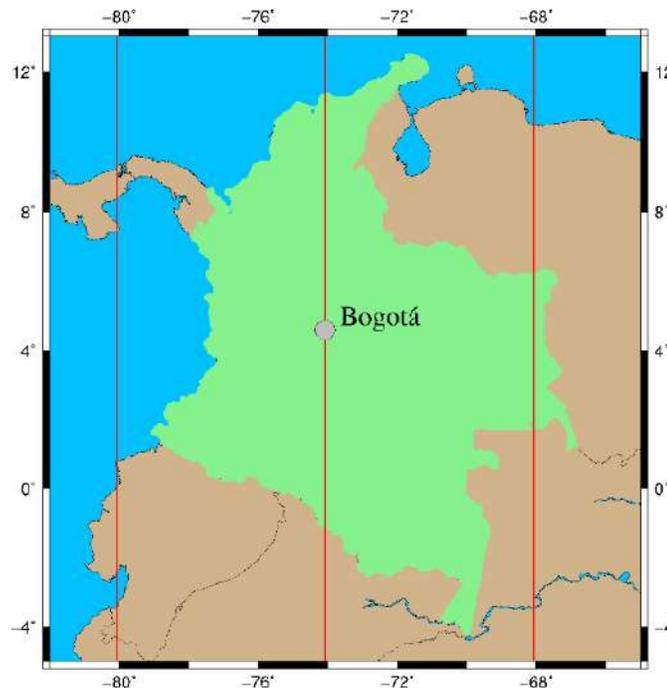


Figura 4: Definición del área de cobertura de la proyección CTM12 origen Bogotá. La línea vertical central coincide con el meridiano del Observatorio Astronómico de Bogotá. Las líneas laterales se ubican a  $\pm 6^\circ$  y delimitan el área de aplicación

Para evitar dejar de lado áreas del territorio en la zona de influencia de la proyección, un origen alternativo es propuesto. El paralelo de referencia se mantiene igual al del origen Bogotá, por lo que la latitud de este nuevo origen no varía. La selección del nuevo meridiano de referencia se realiza usando la mediatriz del segmento que une las longitudes del punto más oriental y el punto más occidental de la parte continental

del territorio colombiano, extraídos de un ráster con espaciado de 1.5' (aproximadamente 2.8 Km). El valor promedio encontrado para este parámetro es  $\lambda_m = 72^\circ 58' 22.0000'' W$ . De este modo, el punto de origen de la proyección está definido como

Origen Central	
Latitud ( $\varphi$ )	4° 35' 46.3215" N
Longitud ( $\lambda$ )	72° 58' 22.0000" W

Tabla 4: Coordenadas del paralelo de referencia y meridiano central para el Origen Central

En lo sucesivo este punto es denominado convencionalmente como Origen Central. El área de aplicación resultante al seleccionar estos parámetros es representada en la Figura 5, en donde la totalidad del territorio continental está comprendido en la zona de definición de la proyección.

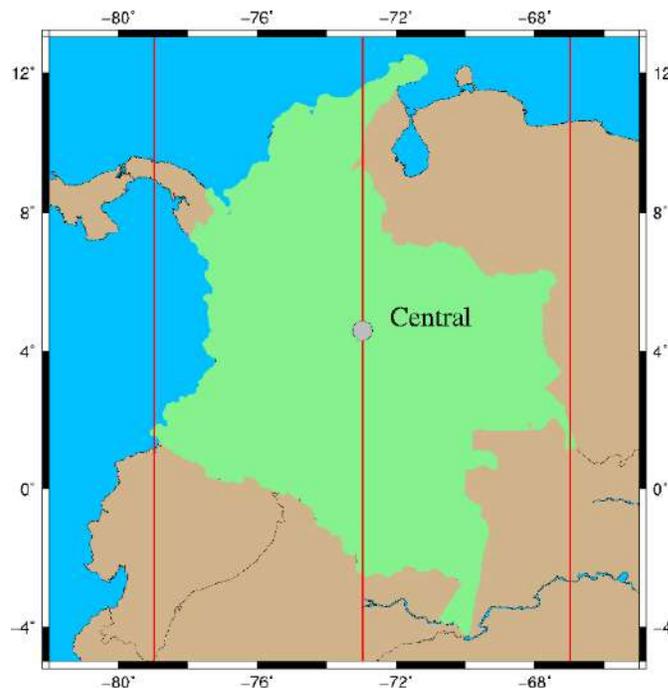


Figura 5: Definición del área de cobertura de la proyección CTM12 origen Central. La línea vertical central coincide con el meridiano promedio entre los puntos más occidental y más oriental de la parte continental. Las líneas laterales se ubican a  $\pm 6^\circ$  y delimitan el área de aplicación

La recomendación final para el origen de la proyección se discute en la Sección 3.2, en relación con la magnitud de las distorsiones que se ocasionan por su selección.

### 3.1.3 Selección del falso norte y falso este

Un punto dentro la zona de cobertura de la proyección CTM12 es representado mediante un par de coordenadas planas este y norte. Para evitar la utilización de coordenadas negativas y facilitar la distinción entre las coordenadas norte y este, al punto de origen de la proyección se asignan los siguientes valores:

Parámetro	Valor
Falso Este	5 000 000 m
Falso Norte	2 000 000 m

Tabla 5: Valores para el falso este y falso norte en la proyección CTM12

### 3.1.4 Selección del factor de escala del meridiano central

La selección del factor de escala óptimo para el meridiano central se realiza teniendo en cuenta las deformaciones que puedan ser inducidas por la proyección. En particular, las distancias son deformadas por la aplicación de la proyección propuesta. Los valores máximos de las deformaciones (alargamiento de la distancia proyectada) ocurren en los puntos más distantes al meridiano central, mientras que los valores mínimos (acortamiento de la distancia proyectada) son obtenidos sobre el meridiano central. El factor de escala apropiado para la proyección debe minimizar la magnitud de estas deformaciones. La Figura 6 ejemplifica la distorsión en las distancias para dos segmentos proyectados.

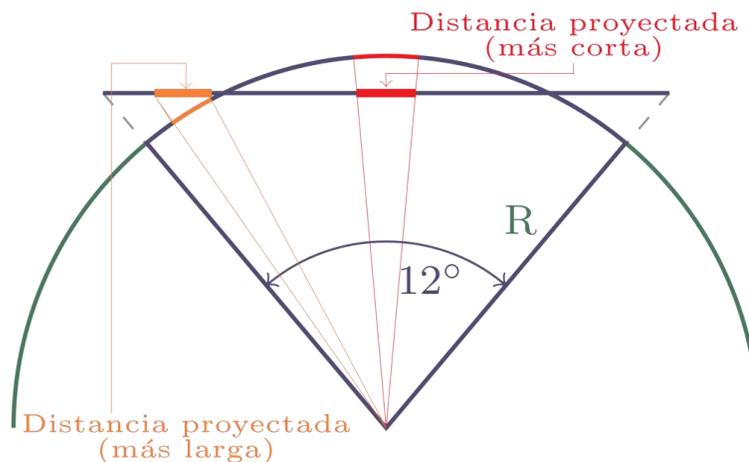


Figura 6: Diagrama de las distorsiones en las distancias proyectadas

La deformación en la distancia entre dos puntos debido a la acción de la proyección ( $F_{dist}$ ) está dada por el cociente entre la distancia proyectada y la distancia geodésica. Similarmente, la deformación en el área ( $F_{área}$ ) se calcula como el cociente entre el área que resulta luego de proyectar un círculo con radio infinitesimal y el área de este círculo sobre el terreno. Nótese que, de acuerdo con esta definición, una proyección conserva las áreas si  $F_{área} = 1$ . Para proyecciones cilíndricas transversas,  $F_{dist}$  es calculado de acuerdo con la fórmula (Deakin, 2006):

$$F_{dist} = k \times \left[ 1 + \left\{ \frac{(E_a - E_0)^2 + (E_a - E_0) \times (E_b - E_0) + (E_b - E_0)^2}{6 R_m^2} \right\} \times \left\{ 1 + \frac{(E_a - E_0)^2 + (E_a - E_0) \times (E_b - E_0) + (E_b - E_0)^2}{36 R_m^2} \right\} \right]$$

En donde

k: Factor de escala en el meridiano central

$E_a$ : Coordenada plana este del punto a en metros

$E_b$ : Coordenada plana este del punto b en metros

$E_0$ : Coordenada plana este del punto de origen de la proyección (5 000 000)

$R_m$ : Radio de curvatura medio en el punto de origen:

$$M = \frac{a * (1 - e^2)}{(1 - e^2 * (\sin(\phi_0))^2)^{(3/2)}}$$

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 * (\sin(\phi_0))^2)^{(1/2)}}$$

y

$$R_m = \sqrt{M \times N}$$

Esta ecuación tiene una exactitud de 0.1 ppm en distancias de hasta 100 km (Deakin, 2006) y puede ser usada sin pérdida de generalidad en el caso de la proyección CTM12. El cálculo de la deformación para las áreas se realiza como  $F_{\text{área}} = F_{\text{dist}}^2$ . Convencionalmente estas distorsiones se indican porcentualmente, con valores negativos en el caso que las áreas proyectadas se reduzcan y valores positivos cuando estas superan la magnitud del área en el terreno. Un ejemplo de estas distorsiones es presentado en la Figura 7, para el factor de escala  $k=0.9996$  y usando el Origen Bogotá de la Sección 3.1.2. Los valores negativos (azul) indican áreas proyectadas menores que en el terreno, mientras que los valores positivos (rojo) muestran áreas proyectadas cuya magnitud es superior al área original.

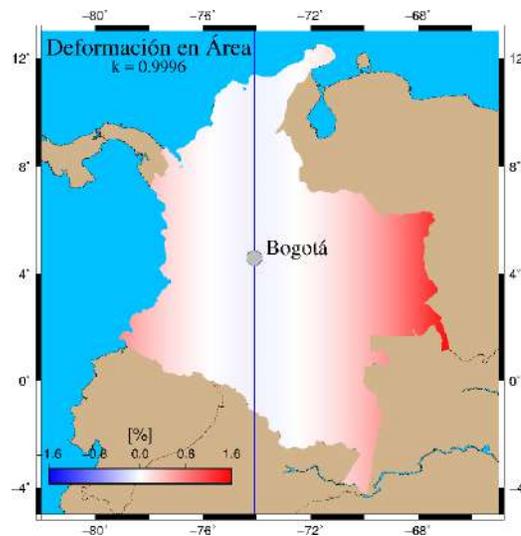


Figura 7: Deformaciones porcentuales para las áreas en el territorio colombiano, usando el Origen Bogotá y el factor de escala  $k=0.9996$

El factor de escala óptimo buscado para la proyección es aquel que minimiza la suma de estas distorsiones. Esto es

$$\sum F_{\text{área}}^+ + \sum F_{\text{área}}^- = 0$$

En esta relación todas las deformaciones son ponderadas con el mismo peso. En general, diferentes pesos pueden ser asignados a cada área en función de su localización espacial. Usando pesos  $p_i$  para cada una de las deformaciones calculadas, la función objetivo se convierte en

$$\frac{\sum(p_i \times F_{\text{área}}^+) + \sum(p_i \times F_{\text{área}}^-)}{\sum p_i} = 0$$

La Figura 8 muestra la distribución de los pesos usados para el cálculo del  $k$  óptimo para la proyección propuesta. Esta selección tiene en cuenta la distribución de la población en el territorio nacional, asignando mayor peso a las regiones con mayor densidad de población por kilómetro cuadrado (DANE, 2012).

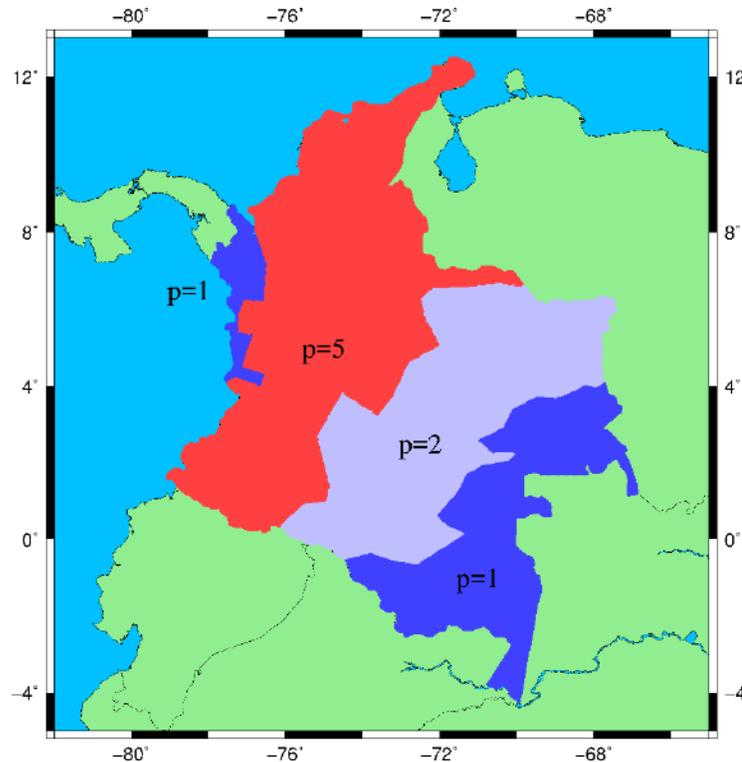


Figura 8: Pesos para las deformaciones de las áreas en el cálculo del factor de escala ( $k$ ) óptimo. La selección del valor se realiza teniendo en cuenta la densidad de población de la zona.

Con el uso de estos pesos, y realizando una variación del parámetro  $k$  en el intervalo [0.9985 1.0000], el valor que minimiza la suma ponderada, y, por tanto, es óptimo para la proyección es  $k = 0.9992$ . La discusión de las deformaciones causadas por la selección de este valor se lleva a cabo en la Sección 3.2.

### 3.1.5 Síntesis de los parámetros para la proyección

Teniendo en cuenta la discusión en las secciones 3.1.1, 3.1.2, 3.1.3 y 0, se propone el siguiente conjunto de parámetros para la proyección CTM12:

Parámetro	CTM12 (Origen Bogotá)	CTM12 (Origen Central)
Tipo de Proyección	Transversa de Mercator	
Elipsoide asociado	GRS80	
Meridiano central de referencia	74° 04' 39.0285" W	72° 58' 22.0000" W
Latitud de origen	4° 35' 46.3215" N	
Unidades	Metros	
Falso este	5 000 000	
Falso norte	2 000 000	
Factor de escala del meridiano central	0.9992	

Tabla 6: Parámetros para la proyección CTM12

En la práctica, las dos realizaciones presentadas (Origen Bogotá y Origen Central) son técnicamente equivalentes. Sin embargo, las distorsiones que se generan al adoptar una o la otra difieren sustancialmente. Dado que el objetivo principal de la generación de una nueva proyección es la unificación de la información espacial bajo un solo conjunto de parámetros, la selección del conjunto final de parámetros se realiza basado en la discusión de la Sección 3.2.

## 3.2 Distorsiones máximas de la proyección propuesta

### 3.2.1 Distorsiones con relación a la distancia y al área

Como se mencionó en la Sección 0, las distorsiones inherentes a la proyección CTM12 se relacionan tanto con las distancias como con las áreas. Para investigar las deformaciones máximas que pueden ser obtenidas, las dos alternativas para el meridiano central de referencia descritas en la Sección 3.1.2 (Origen Bogotá y Origen Central) son evaluadas. Cada origen es además combinado con factores de escala en el intervalo [0.9990 1.0000], en donde los valores 0.9996 y 1 son de especial interés por tratarse de los factores de escala utilizados en las proyecciones UTM y Gauß-Krüger Colombia, respectivamente. Para cada una de estas combinaciones se calculan las deformaciones en el área para todo el territorio en la forma descrita en la Sección 0, y los resultados se resumen en la Tabla 7.

Factor de Escala (k)	Deformación en el Área [%]			
	Origen Bogotá		Origen Central	
	Disminución	Aumento	Disminución	Aumento
0.9990	-0.20	1.40	-0.20	0.94
0.9991	-0.18	1.42	-0.18	0.96
0.9992	-0.16	1.44	-0.16	0.98

0.9993	-0.14	1.46	-0.14	1.00
0.9994	-0.12	1.48	-0.12	1.03
0.9995	-0.10	1.50	-0.10	1.05
0.9996	-0.08	1.53	-0.08	1.07
0.9997	-0.06	1.55	-0.06	1.09
0.9998	-0.04	1.57	-0.04	1.11
0.9999	-0.02	1.59	-0.02	1.13
1.0000	0.00	1.61	0.00	1.15

Tabla 7: Valores de distorsión máxima y mínima para los orígenes Bogotá y Central, con relación al factor de escala del meridiano central ( $k$ )

Como se indicó anteriormente, los valores máximos (aumento) se encuentran en los puntos con mayor separación del meridiano central. En contraste, los valores mínimos (disminución) se alcanzan cuando los puntos están ubicados sobre dicho meridiano de referencia. De este modo, las deformaciones calculadas dependen únicamente del factor de escala  $k$ . Para el caso del origen Bogotá, los valores máximos obtenidos varían desde 1.40% hasta 1.61%. Al desplazar el meridiano central de referencia al origen Central las deformaciones mejoran considerablemente, variando entre 0.94% y 1.15%.

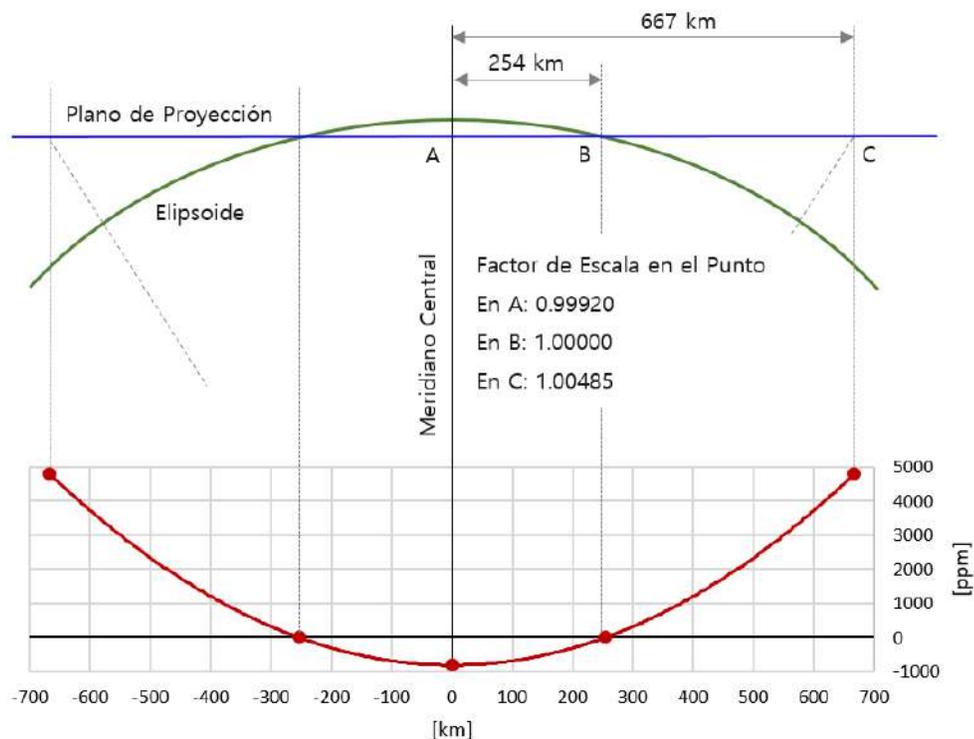


Figura 9 Cambio en el factor de escala en relación con la distancia al meridiano central, para la proyección CTM12

La Figura 10 muestra la distribución de las distorsiones, para la totalidad del territorio, usando el factor de escala 0.9992 calculado como valor óptimo en la Sección 0, en donde se observa como la selección del Origen Central disminuye considerablemente los errores inducidos por la proyección. En particular, los resultados de la Tabla 7 muestran que, para este valor de k, la deformación máxima es de 1.44% para el Origen Bogotá y de 0.98% para el Origen Central, con una media de 0.08% y 0.05%, respectivamente. Estos hechos soportan la selección del origen Central como la alternativa que minimiza las deformaciones en la proyección y que debe ser adoptada como origen único para la proyección.

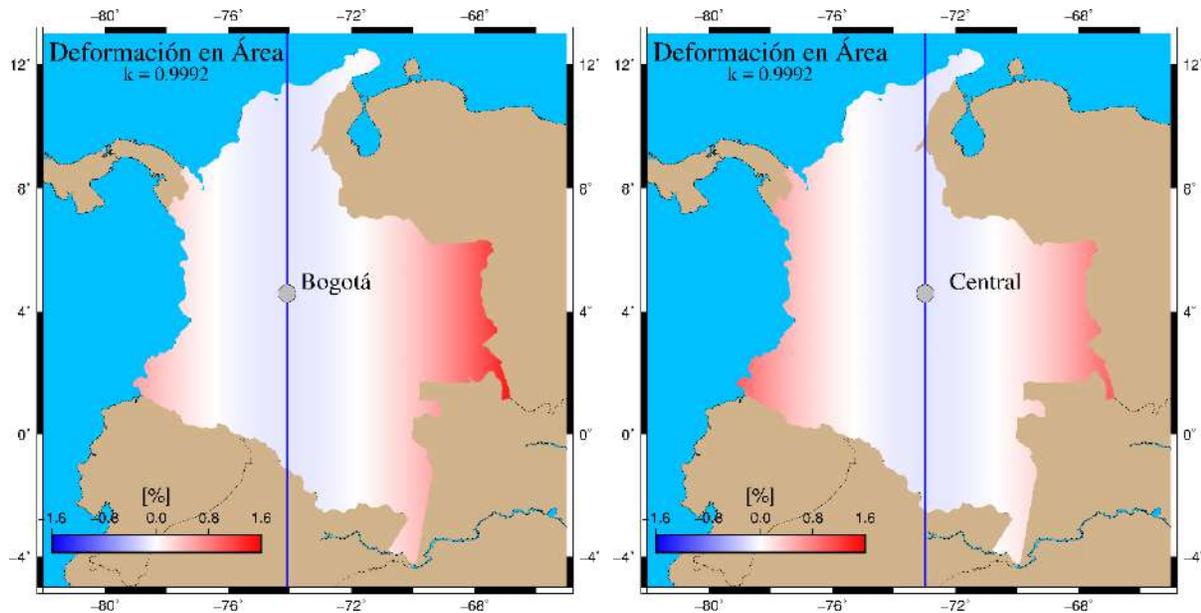


Figura 10: Distorsiones en las áreas para el factor de escala 0.9992, Orígenes Bogotá (izquierda) y Central (derecha)

### 3.2.2 Distorsiones con relación a la altura de los puntos proyectados

Si se considera que la superficie de interés está ubicada sobre la superficie del elipsoide, una corrección geométrica (convencionalmente una reducción) tanto de las distancias como de las áreas proyectadas debe ser considerada (Figura 11). Si se considera que las alturas de los puntos en el territorio colombiano varían desde 0 a 5 700 m.s.n.m., y que gran parte de la población habita en zonas con alturas superiores a los 1 000 m.s.n.m (DANE, 2012), es necesario verificar el impacto del cambio en alturas. Para investigar las distorsiones ocasionadas en distancias y áreas ubicados a diferentes alturas sobre la superficie de proyección, los valores proyectados son retro-proyectados sobre un cilindro cuyo radio coincide con la altura media de la zona de interés + el radio de la tierra (R) (Figura 11). El cociente entre el valor proyectado y la retro-proyección indica la distorsión adicional debida al cambio de alturas.

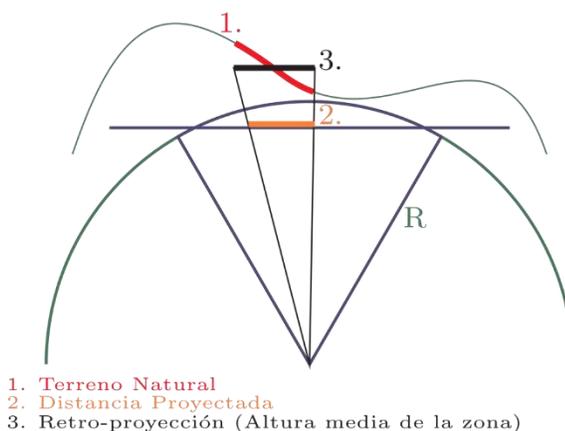


Figura 11: Representación de las distorsiones causadas por la proyección al variar la altura de los puntos

La Tabla 8 presenta los valores porcentuales máximos obtenidos para las distorsiones teniendo en cuenta un cambio de altura entre 0 y 5 500 metros, en intervalos de 500 m. Los valores extremos son alcanzados para puntos a 5 500 m, pero estos son menores a 0.1 y 0.2% para la distancia y el área, respectivamente, y por tanto pueden ser despreciados. Los órdenes de magnitud de los valores encontrados para esta deformación confirman que la definición de la proyección no induce distorsiones adicionales y por tanto no requiere de consideraciones especiales para el tratamiento de las alturas.

Altura (m.s.n.m)	Distorsión en distancia [%]	Distorsión en Área [%]
0	0.00	0.00
500	-0.01	-0.02
1 000	-0.02	-0.03
1 500	-0.02	-0.05
2 000	-0.03	-0.06
2 500	-0.04	-0.08
3 000	-0.05	-0.09
3 500	-0.06	-0.11
4 000	-0.06	-0.13
4 500	-0.07	-0.14
5 000	-0.08	-0.16
5 500	-0.09	-0.17

Tabla 8: Resumen de las distorsiones en distancia y área causadas por el cambio en altura

Para cada punto es posible derivar el factor exacto para re-proyectar una distancia o una superficie desde el plano hacia el elipsoide.

## 4. Resumen del análisis de la Proyección Cartográfica CTM12

De acuerdo con la definición presentada en las secciones anteriores, las ventajas de la utilización de la proyección CTM12 para el ámbito de la Administración de Tierras en Colombia pueden ser resumidas como:

1. La ventaja principal, y razón de ser de esta propuesta, de la definición de una proyección con un único huso que cubre la totalidad del territorio continental colombiano garantiza la disponibilidad de un sistema unificado de coordenadas en donde la representación de los puntos dentro de la zona para la cual se define la proyección se realiza de forma inequívoca, sin las ambigüedades y equivocaciones que subyacen a la utilización de proyecciones cartográficas con múltiples orígenes.
2. La homogeneidad en la representación, producto de la utilización de una proyección unificada, facilita los trabajos relacionados con el manejo de coordenadas. Aplicaciones orientadas al Catastro Multipropósito y basadas en SIG se benefician de un sistema de coordenadas único por la reducción en la complejidad de sus bases de datos y por la agilización en las consultas y análisis espaciales que se realizan sobre las mismas.
3. La implementación de esta proyección cartográfica con coordenadas métricas y rectangulares, facilita enormemente el trabajo de actualización (por ejemplo, para el replanteo de vértices), de la información del Catastro y otros temas del ámbito de administración de tierras que involucra datos geográficos.
4. Se permita la visualización de proyectos lineales de grandes extensiones como vías, oleoductos o líneas de transmisión de alta tensión en conjunto con otros temas de la IDE-AT en una proyección cartográfica unificada y estandarizada
5. Esta propuesta sugiere valores diferentes para el este y para el norte (5 000 000m y 2 000 000m), lo que además de proporcionar coordenadas positivas, garantiza que las coordenadas de todos los puntos en la representación de Colombia sean únicas.
6. La definición de la proyección, junto con su correspondiente análisis de distorsiones, han sido llevados a cabo con puntos dentro de la plataforma continental. Se espera que puntos en las zonas insulares sufran distorsiones superiores a las presentadas en la Sección 3.2., por lo que se recomiendan seguir manejando con Gauß-Krüger.

## 5. Conclusiones

Este reporte discute la selección del conjunto de parámetros óptimo para la definición de una proyección cartográfica unificada para Colombia, que facilite las actividades orientadas al desarrollo del Catastro Multipropósito y en general de la Administración de Tierras a nivel nacional. De este modo, el tipo de proyección, punto de origen, coordenadas falsas para el origen y factor de escala de la representación en el meridiano central son discutidos, en relación con las deformaciones máximas obtenidas de su aplicación.

El tipo de proyección elegido pertenece al grupo de proyecciones conocido como Transversa de Mercator (TM). Esta proyección cilíndrica conforme del elipsoide en el plano garantiza que los ángulos entre dos líneas en el terreno son invariantes con la aplicación de la proyección. Para satisfacer el requerimiento de unicidad de la proyección (y facilitar los procesos relacionados a la generación de datos geográficos de la Administración de Tierras sobre el país entero), un único huso de longitud con extensión de 12° (6° a cada lado del meridiano central) es definido. De allí que la proyección es denominada como CTM12. La proyección que se propone solo tiene validez para el territorio continental y no incluye la zona insular occidental colombiana, para la cual se seguirá aplicando la proyección actual de Gauß-Krüger.

La selección del punto de origen se realiza de modo que la mayoría del área continental esté cubierta por el huso de longitud definido. Frente a la opción de seleccionar el punto tradicional de origen para las coordenadas geodésicas en Colombia (pilastra sur del Observatorio Astronómico de Bogotá), este reporte propone la utilización de un origen que coincida con la mediatriz del segmento que une los dos puntos más extremos en longitud de la parte continental del territorio. Este origen se denominó Origen Central (Sección 3.1.2).

Las coordenadas planas que se proponen para este origen difieren del enfoque tradicional de proyecciones en Colombia. En contraste a los valores de 1 000 000m tanto para el este como para el norte falsos, usados por la proyección oficial vigente, para la proyección CTM12 se sugiere aplicar valores diferentes para el este y para el norte (5 000 000m y 2 000 000m), lo que además de proporcionar coordenadas positivas, garantiza que las coordenadas de todos los puntos en la representación sean únicas.

La selección del factor de escala de la representación en el meridiano central se realizó con base en la definición del origen del sistema de proyección, y teniendo en cuenta la extensión de 12° con que es definida. El proceso se llevó a cabo buscando el factor óptimo que minimizara la suma ponderada de las deformaciones en área causadas por la proyección. Los pesos fueron asignados basados en una distribución espacial que pondera con mayor valor las zonas de mayor densidad de población (Figura 8). El factor óptimo encontrado en esta propuesta es de 0.9992 (Sección 3.1.4).

El análisis de las deformaciones causadas por la proyección (Sección 3.2) revela que las distorsiones máximas causadas para las áreas son de aproximadamente 1% (Figura 10). Este valor es aceptable cuando se contrasta con un rango mayor de valores para el factor de escala (ejemplo 0.9996) o con la definición de otros orígenes (Tabla 7). Además, se determinó que las deformaciones causadas en función de la altura sobre el elipsoide de los puntos son despreciables (Tabla 8). Por tanto, dentro de los parámetros y alcance con los que se concibe esta propuesta, la selección del siguiente conjunto de parámetros de la Tabla 9 constituyen la definición de la proyección CTM12 buscada. Para facilitar su aplicación, se listan los parámetros para su implementación en la librería PROJ.4 (Warmerdam & Evenden, 2018).

## 6. Parámetros de la Proyección CTM12

Tabla 9 Parámetros de la proyección CTM12 para la librería PROJ.4

Parámetro	CTM12 (Origen Central)
+proj	Tmerc
+ellips	GRS80
+lon_0	72° 58' 22.0000"W
+lat_0	4° 35' 46.3215" N
+units	Metros
+x_0	5 000 000
+y_0	2 000 000
+k	0.9992
+toWGS84	0,0,0,0,0,0,0
+no_defs	

## 7. Recomendación

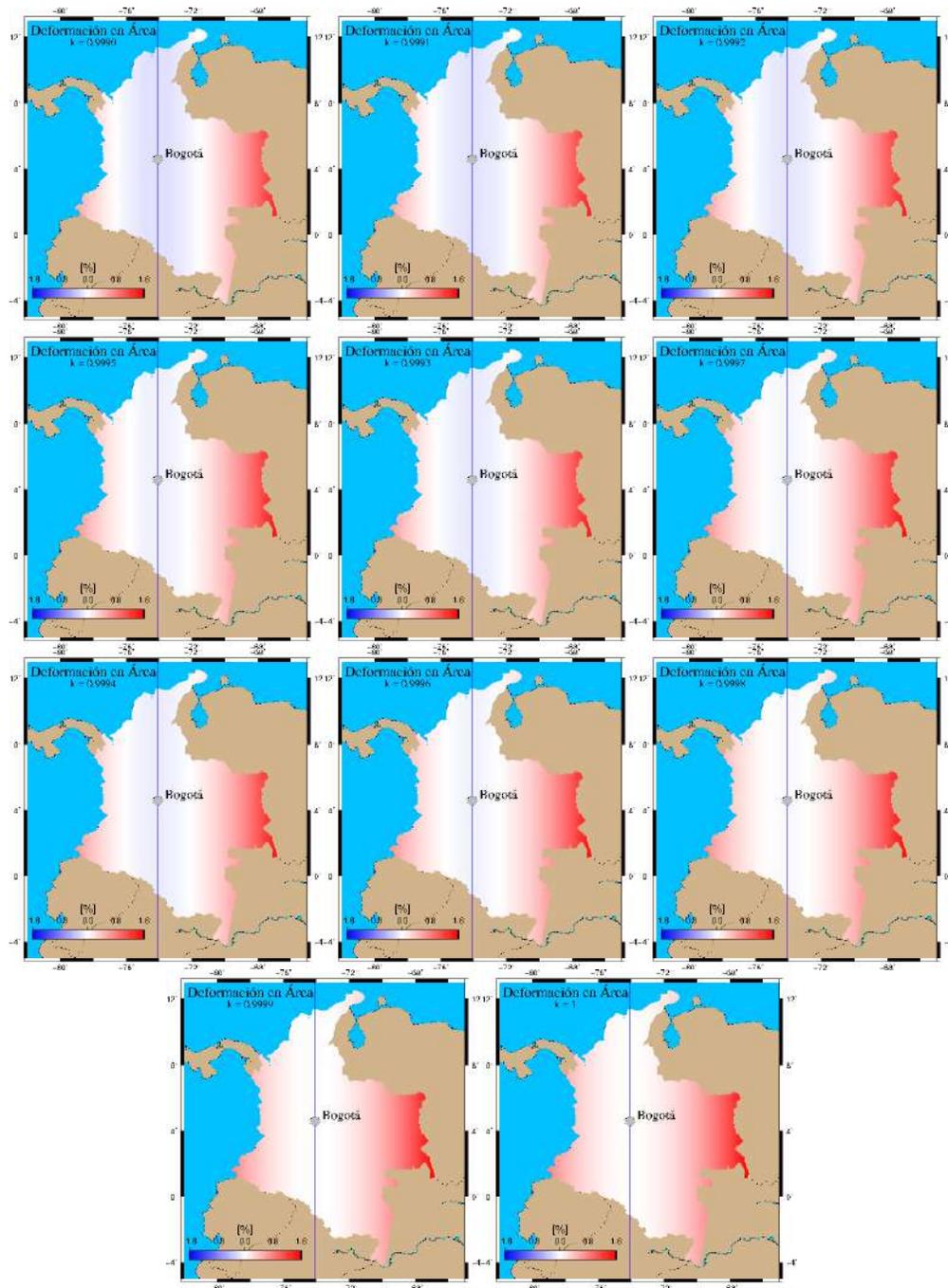
Se recomienda la emisión de una resolución institucional IGAC para la adopción de la proyección cartográfica CTM12 y la incorporación de su definición en las Especificaciones Técnicas para el barrido predial de Catastro Multipropósito.

## 8. Referencias

- DANE. (2012). *Atlas Estadístico de Colombia*. Bogotá D.C.: Imprenta Nacional.
- Deakin, R. (2006). Traverse computation on the UTM projection for surveys of limited extend.
- IGAC. (2004). *Adopción del Marco Geocéntrico Nacional de Referencia MAGNA-SIRGAS como Datum Oficial para Colombia*. Instituto Geográfico Agustín Codazzi, Subdirección de Geografía y Cartografía. Bogotá: Instituto Geográfico Agustín Codazzi. Retrieved Enero 2018, from [http://www2.igac.gov.co/igac\\_web/UserFiles/File/MAGNAWEB\\_final/documentos/adopcion.pdf](http://www2.igac.gov.co/igac_web/UserFiles/File/MAGNAWEB_final/documentos/adopcion.pdf)
- IGAC. (28 de Enero de 2005). Resolución 068. *Diario Oficial 45812*. Bogotá, Colombia.
- IGAC. (2012). SIRGAS Colombia: Periodo 2011 - 2012. *Reunión SIRGAS 2012*. Concepción, Chile.
- IGAC. (2017). Actualización del Marco Geocéntrico Nacional de Referencia MAGNA-SIRGAS, ITRF2014 Época 2018.0 . Bogotá, Colombia.
- Moritz, H. (2000). Geodetic Reference System 1980. *Journal of Geodesy*.
- Ruiz, J. I., & Arjona, B. (1941). *Resultados finales de las redes geodésicas establecidas entre Bogotá y Cartago y entre Bogotá y Chiquinquirá*. Bogotá: Instituto Geográfico Militar y Catastral.
- Warmerdam, F., & Evenden, G. (01 de 02 de 2018). *PROJ.4*. Obtenido de <http://proj4.org>
- Däppen, D. (2017). Konzeption und Dokumentation einer Projektionssystem für Kolumbien, Masterthesis, Insitut für Geomatik FHNW.
- Biderbost, S. (2018). Untersuchungen zu projektionsbedingten Flächenänderungen für das Landesgebiet Kolumbien. Semesterarbeit, Institut für Geomatik FHNW.

## Anexos

Deformaciones en las áreas para los diferentes factores de escala, con respecto al origen Bogotá



Deformaciones en las áreas para los diferentes factores de escala, con respecto al origen Central

